

· 雷达系统与技术 ·

DOI:10.16592/j.cnki.1004-7859.2021.04.005

时差相关性对定位精度的影响分析

朱旭东

(南京电子技术研究所, 南京 210039)

摘要:多站时差定位系统的定位精度依赖于时差测量精度和观测站之间的几何布局,对时差定位系统精度分析可以发现,以时差作为独立观测量的精度分析结果与参考站的选取相关。基于这一问题,文中通过对时差观测量的相关性分析,修正了时差测量误差矩阵,证明了时差定位系统定位精度的几何稀释分布与参考站的选取无关,并提出了以到达时间作为独立观测量的时差定位精度分析的一般性模型,得到的结果与考虑时差相关性的分析结果一致。

关键词:到达时差;定位精度的几何稀释;到达时差相关性;到达时间

中图分类号:TN957.51 **文献标志码:**A **文章编号:**1004-7859(2021)04-0028-06

引用格式:朱旭东. 时差相关性对定位精度的影响分析[J]. 现代雷达, 2021, 43(4): 28-33.

ZHU Xudong. Effect analysis of GDOP based on correlation of time difference of arrival[J]. Modern Radar, 2021, 43(4): 28-33.

Effect Analysis of GDOP Based on Correlation of Time Difference of Arrival

ZHU Xudong

(Nanjing Research Institute of Electronics Technology, Nanjing 210039, China)

Abstract:The location precision of multi station time difference of arrival (TDOA) location system depends on TDOA measurement error and geometric position relationship between stations. The location precision analyzed with geometric dilution of precision (GDOP) shows that precision analysis results of TDOA as independent observation are related to the selection of reference stations. The covariance matrix of TDOA measurement is modified by the correlation analysis of TDOA, and it is proved that GDOP is independent of selection of reference stations. Finally ,a general model for GDOP analysis of TDOA location system based on time of arrival(TOA) as independent observation is proposed, and the results are consistent with those of TDOA correlation analysis.

Key words:TDOA; GDOP; correlation of TDOA; TOA

0 引言

长基线时差定位技术已在军事、民用等各个行业中得到广泛应用,它克服了短基线测向定位系统对基线长度的限制,大大提高了系统定位精度。随着网络时代的来临,军事应用中的防空网、民用中的无线手机蜂窝定位、民航班场监视/航路监视系统等都对时差定位技术更深层次的开发和应用提出了需求。多点定位技术已从基本的三站时差向多站、多站组网技术发展^[1-2]。

与单站有源雷达定位系统不同,多站时差定位系统的定位精度依赖于时差测量精度和观测站之间的几何布局,定位精度的几何稀释(GDOP)正是衡量几何布局优劣的一个量度。因此,可以用GDOP来度量时差定位系统的定位性能。

通信作者:朱旭东 Email:njzxdsss@sohu.com
收稿日期:2020-11-23 修订日期:2021-01-29

1 定位原理及精度分析

时差定位系统是利用目标辐射信号到达各接收站的时间差(即距离差)形成的多组双曲面(或双曲线)交汇进行定位^[1-13]。

如图1所示,由于目标辐射信号的准确时刻无法知道,对空间目标的三维定位,一般至少需要有四个接收站,得到三组时差测量值(即三个双曲面)才能对目标进行有效定位。

假设四个接收站分别为主站、辅站1、辅站2和辅站3,在直角坐标系下,主站的位置为 (x_0, y_0, z_0) ,辅站1、辅站2和辅站3的位置分别为 (x_1, y_1, z_1) 、 (x_2, y_2, z_2) 和 (x_3, y_3, z_3) ,目标位置为 (x, y, z) ,可以得到

$$\begin{cases} c \cdot \Delta t_i = \Delta r_i = r_i - r_0 \\ r_0 = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2} \\ r_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} \\ i = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (1)$$

式中: c 为无线电传播速度; r_0 为目标到主站的距离; r_i 为目标到辅站 i 的距离; Δt_i 为目标信号辐射到辅站 i 和主站的时间差; Δr_i 为目标到辅站 i 和主站的距离差^[14-16]。

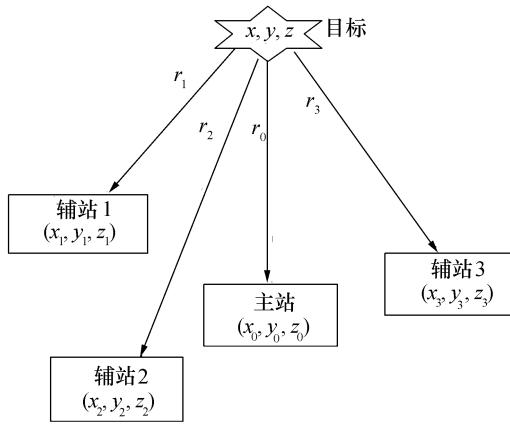


图 1 四站时差定位示意图

定位精度在空间分布通常以 $GDOP$ 来衡量,其值越小,定位的精度越高。 $GDOP$ 的表达式为

$$GDOP = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2} \quad (2)$$

式中: $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 分别表示目标位置定位在 x, y, z 方向上的标准差。

在站型分布确定的情况下,影响时差定位精度的因素主要有时差测量精度、接收站位置误差。若接收站位置地面固定,接收站位置可以通过大地位置测绘精确标定,接收站位置误差可以忽略不计。本文主要分析由时差测量误差导致的定位精度分布。

为了了解目标在不同几何位置条件下定位误差的变化,需要定位误差与时差定位系统各测量误差联系起来。对式(1)时差方程的两边求一阶微分,得到

$$\begin{aligned} c \cdot d(\Delta t_i) &= d(r_i) - d(r_0) = \\ &\left(\frac{x - x_i}{r_i} - \frac{x - x_0}{r_0} \right) dx + \left(\frac{y - y_i}{r_i} - \frac{y - y_0}{r_0} \right) dy + \\ &\left(\frac{z - z_i}{r_i} - \frac{z - z_0}{r_0} \right) dz \\ i &= 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (3)$$

令

$$Q \triangleq \begin{bmatrix} \frac{x - x_1}{r_1} - \frac{x - x_0}{r_0} & \frac{y - y_1}{r_1} - \frac{y - y_0}{r_0} & \frac{z - z_1}{r_1} - \frac{z - z_0}{r_0} \\ \frac{x - x_2}{r_2} - \frac{x - x_0}{r_0} & \frac{y - y_2}{r_2} - \frac{y - y_0}{r_0} & \frac{z - z_2}{r_2} - \frac{z - z_0}{r_0} \\ \frac{x - x_3}{r_3} - \frac{x - x_0}{r_0} & \frac{y - y_3}{r_3} - \frac{y - y_0}{r_0} & \frac{z - z_3}{r_3} - \frac{z - z_0}{r_0} \end{bmatrix}$$

$$dX \triangleq \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}, d(\Delta R) \triangleq \begin{bmatrix} d(\Delta Y_1) \\ d(\Delta Y_2) \\ d(\Delta Y_3) \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} d(\Delta t_1) \\ d(\Delta t_2) \\ d(\Delta t_3) \end{bmatrix}$$

式(3)写成矩阵形式为

$$Q \cdot dX = d(\Delta R) \quad (4)$$

目标辐射源位置协方差矩阵为

$$E[dX \cdot dX^T] = Q^{-1} \cdot E[d(\Delta R) \cdot d(\Delta R)^T] \cdot (Q^T)^{-1} \quad (5)$$

其中距离差协方差矩阵为

$$\begin{aligned} E[d(\Delta R) \cdot d(\Delta R)^T] &= c^2 \cdot \\ &\begin{bmatrix} d(\Delta t_1)^2 & d(\Delta t_1)d(\Delta t_2) & d(\Delta t_1)d(\Delta t_3) \\ d(\Delta t_2)d(\Delta t_1) & d(\Delta t_2)^2 & d(\Delta t_2)d(\Delta t_3) \\ d(\Delta t_3)d(\Delta t_1) & d(\Delta t_3)d(\Delta t_2) & d(\Delta t_3)^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

$E[dX \cdot dX^T]$ 的对角线元素为 $\sigma_x^2, \sigma_y^2, \sigma_z^2$, 由此可以得到 $GDOP$ 的分布。

2 问题的引入

根据时差定位系统的定位精度分析,对以具体的站型分布进行定位精度仿真。如图 2 所示,长基线时差定位系统有四个接收站组成,主站位于坐标原点,与辅站 1、2、3 组成“Y”型分布。

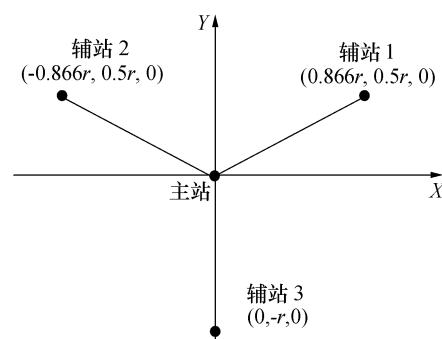


图 2 四站时差定位接收站位置分布

在时差定位系统的四个接收站为“Y”型布站情况下,取主站到辅站的距离 $r = 30$ km,目标高度为 10 km,时差测量服从均值为 0、均方根精度为 15 ns 的正态分布。

如果考虑时差测量的独立性,式(6)可改写为

$$\mathbf{E}[\mathbf{d}(\Delta\mathbf{R}) \times \mathbf{d}(\Delta\mathbf{R})^T] = c^2 \cdot \begin{bmatrix} d(\Delta t_1)^2 & 0 & 0 \\ 0 & d(\Delta t_2)^2 & 0 \\ 0 & 0 & d(\Delta t_3)^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

时差测量需要以目标信号到达某个接收站时间为参考,这样的接收站称为参考站。

以主站为时差的参考站,定位精度仿真结果如图3所示。

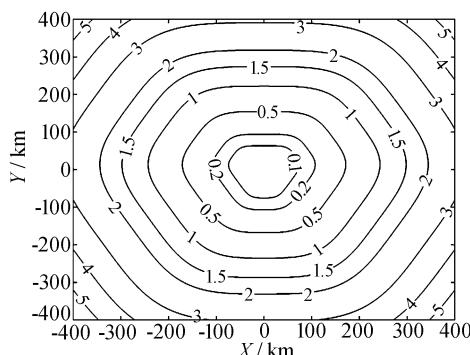


图3 主站为参考站的GDOP

当改变时差测量参考站时,以辅站1为时差参考站,得到了如图4所示的GDOP精度分布,但是与主站为时差参考站的精度分布结果有显著不同。表1选取了空间几个固定位置上GDOP值的对比。

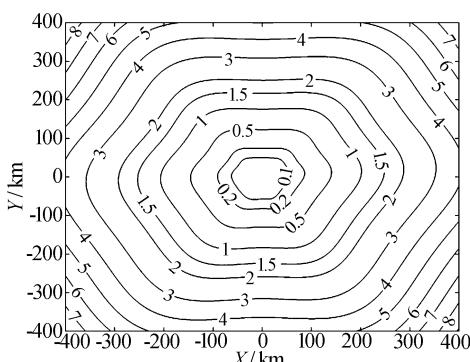


图4 辅站1为参考站的GDOP

表1 不同参考站的GDOP 对比表

坐标位置 (x,y)	GDOP (主站为参考)	GDOP (辅站1为参考)
(0,100)	0.22	0.34
(0,200)	0.82	1.28
(0,300)	1.79	2.84
(0,400)	3.14	5.01

以主站为参考的某一次时差测量($\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3$),通过简单运算可以得到以辅站1为参考的时差测量($\Delta t'_1, \Delta t'_2, \Delta t'_3$)。对于同一次测量,无论采用以主站为参考的时差($\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3$),还是以辅站1为参考的时差($\Delta t'_1, \Delta t'_2, \Delta t'_3$),从解算时差方程组角度看,结果应是相同的。因此,表1中GDOP差别显然是不合理的。

3 时差模型分析

在2节对时差误差测量矩阵的分析中,假定了各时差测量是独立的,即式(6)时差误差矩阵是一个对角阵。事实上,时差定位系统中每个接收站是独立的,各接收站的到达时间(TOA)是独立和不相关的。

以图2为例,时差是指某一个接收站相对于到另一个接收站(参考站)到达时间差,三组时差测量都包含了参考站的分量,因此三组时差具有一定的相关性,式(6)距离差协方差矩阵的非对角阵元素将不能为零。

再对式(1)补充说明, t_0 为目标信号辐射到主站的到达时间, t_1, t_2 和 t_3 目标信号辐射到辅站1、辅站2和辅站3到达时间, $\Delta t_i = t_i - t_0$ ($i=1, 2, 3$)。

式(6)矩阵的每个元素如下

$$\mathbf{E}[\mathbf{d}(\Delta t_i) \cdot \mathbf{d}(\Delta t_j)^T] = \begin{cases} \mathbf{E}[dt_i^2 + dt_0^2], i=j \\ \mathbf{E}[dt_0^2], i \neq j \end{cases} \quad (8)$$

因此,由式(6)推导出等式如下

$$\mathbf{E}[\mathbf{d}(\Delta\mathbf{R}) \mathbf{d}(\Delta\mathbf{R})^T] = c^2 \cdot$$

$$\mathbf{E} \begin{bmatrix} dt_1^2 + dt_0^2 & dt_0^2 & dt_0^2 \\ dt_0^2 & dt_2^2 + dt_0^2 & dt_0^2 \\ dt_0^2 & dt_0^2 & dt_3^2 + dt_0^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

按照上节仿真条件,设 $r=30$ km,目标高度为10 km。假设每个站的到达时间测量服从均值为0、均方根精度为 $(15/\sqrt{2})$ ns的正态分布且互不相关,相应的时差测量均方根精度为15 ns。

将新推导的距离差协方差矩阵式(9)代入式(5),重新进行仿真,以主站或任一辅站为参考站,均得到如图5所示GDOP分布图。

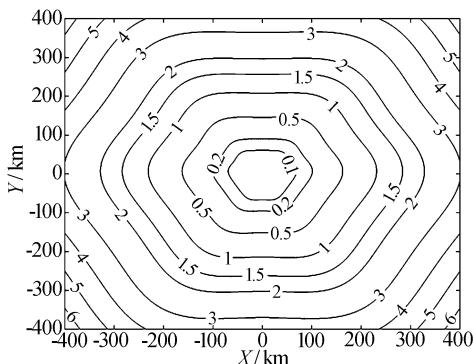


图 5 任意站为参考站的 GDOP

通过对时差定位系统中多组时差相关性分析,重新推导了距离差协方差矩阵,增加了距离差协方差矩阵非对角元素的表述,得到了在时差定位系统中以任意站为参考的 GDOP 均相同的结果。

表 2 中的具体数值与表 1 中有较大不同。表 2 与表 1 以主站为参考的 GDOP 相比较为接近,但是最大偏差也有 15%。

表 2 任意站为参考的 GDOP km

坐标位置(x, y)	GDOP(任意站为参考)
(0, 100)	0.24
(0, 200)	0.92
(0, 300)	2.04
(0, 400)	3.61

方位精度 θ 是很多侦察系统关注的指标,根据公式 $\theta = \text{arctg}(y/x)$, 对其求微分, 得到

$$d\theta = \frac{1}{r^2} [-y \quad x] \begin{bmatrix} \frac{dx}{dy} \\ \frac{dy}{dx} \end{bmatrix}, r^2 = x^2 + y^2 \quad (10)$$

$$\begin{aligned} E(d\theta \times d\theta^T) &= \frac{1}{r^4} [-y \quad x] \cdot E \left[\begin{bmatrix} dx^2 & dxdy \\ dydx & dy^2 \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} -y \\ x \end{bmatrix} = \\ &\frac{c^2}{r^4} [-y \quad x] \cdot E \left[\begin{bmatrix} dt_1^2 + dt_0^2 & dt_0^2 \\ dt_0^2 & dt_2^2 + dt_0^2 \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} -y \\ x \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

如图 6 所示,根据图 2 分布的四站时差定位系统的方位精度基本上优于 $0.5'$, 分析结果体现了长基线时差定位体制方位精度高的特点。

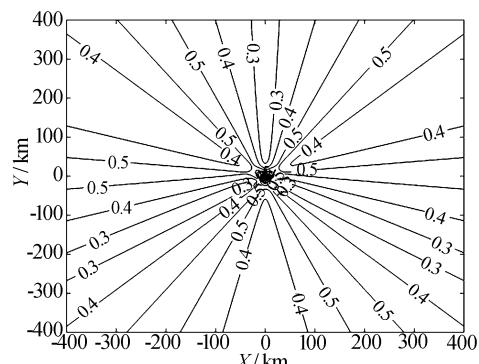


图 6 任意站为参考站的方位精度

4 到达时间模型分析

通过对时差测量之间的相关性分析,求解出误差测量矩阵中非对角元素,精度仿真结果与参考站的选取无关。上节分析中,引入了到达时间 TOA 的概念,在时差定位系统中,各接收站作为独立传感器,目标辐射信号到达各接收站的到达时间是比时差更为基本的观测量。下面通过 TOA 一般性模型分析时差定位系统的定位精度。

以 1 节的主辅站定义为例,可以得到

$$\begin{cases} r_0 = c(t_0 - t) = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2} \\ r_i = c(t_i - t) = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} \\ i = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (12)$$

式中: c 为无线电传播速度; r_0 为目标到主站的距离; r_i 为目标到辅站 i 的距离; t 为信号辐射时刻; t_0 为信号辐射到主站的到达时间; t_i 为信号辐射到辅站 i 的到达时间。

在式(12)中,引入目标位置和信号辐射时刻四个未知数(x, y, z, t),同时具有目标信号辐射到主辅站的四个传播方程。

对式(12)两边进行微分,得到

$$c \cdot dt_i = \frac{x - x_i}{r_i} dx + \frac{y - y_i}{r_i} dy + \frac{z - z_i}{r_i} dz + cdt \quad i = 0, 1, 2, 3 \quad (13)$$

令

$$\mathbf{Q} \triangleq \begin{bmatrix} (x - x_0)/r_0 & (y - y_0)/r_0 & (z - z_0)/r_0 & c \\ (x - x_1)/r_1 & (y - y_1)/r_1 & (z - z_1)/r_1 & c \\ (x - x_2)/r_2 & (y - y_2)/r_2 & (z - z_2)/r_2 & c \\ (x - x_3)/r_3 & (y - y_3)/r_3 & (z - z_3)/r_3 & c \end{bmatrix}$$

$$d\mathbf{X} = [dx \ dy \ dz \ dt]^T$$

$$d\mathbf{R} = [dt_0 \ dt_1 \ dt_2 \ dt_3]^T$$

可以得到 $\mathbf{Q} \times d\mathbf{X} = d\mathbf{R}$, 目标辐射源位置协方差矩阵为 $\mathbf{E}[d\mathbf{X} \cdot d\mathbf{X}^T] = \mathbf{Q}^{-1} \cdot \mathbf{E}[d\mathbf{R} \cdot d\mathbf{R}^T] \cdot (\mathbf{Q}^T)^{-1}$, 此时考虑到到达时间测量的独立性, 可得到

$$\mathbf{E}[d\mathbf{R} \times d\mathbf{R}^T] = c^2 \cdot \mathbf{E} \begin{bmatrix} d(t_0)^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d(t_1)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d(t_2)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d(t_3)^2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

根据图 2 的四站站型分布, $r=30 \text{ km}$, 目标高度为 10 km , 假设每个站的到达时间测量服从均值为 0、均方根精度为 $(15/\sqrt{2}) \text{ ns}$ 的正态分布且互不相关。

时差定位系统与卫星导航系统的定位原理相同, 都是一种反罗兰系统。当时差定位系统对目标空间位置定位时, 由于目标与测量系统不在同一时间参考系下, 除了目标三维位置的未知量外, 还隐含了目标辐射信号时刻的未知参数, 因此时差定位系统至少需要四个接收站才能对目标进行三维定位。这与卫星导航系统的要求相同^[15-16]。

观察式(12), 以主站为参考对未知数 t 进行消元, 可以得到式(1)。实际上式(12)以主站或任一辅站为参考对未知数 t 进行消元, 得到以主站或任一辅站为参考的时差方程组, 无论如何消元, 其方程组的解应是唯一的。这实质上证明了时差定位系统的定位精度与参考站的选取无关。

图 7 和图 8 的仿真分析结果与 3 节的仿真分析结果完全相同。

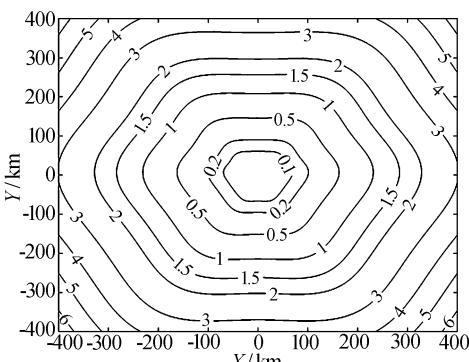


图 7 无参考站的 GDOP

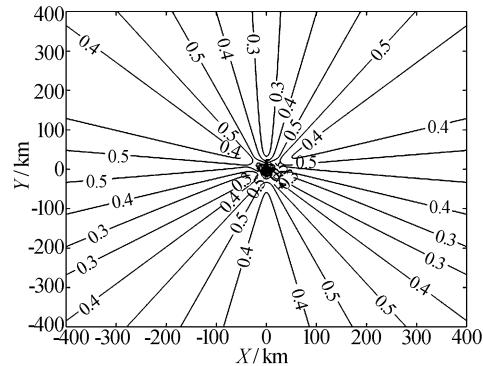


图 8 无参考站的方位精度

5 结束语

本文通过时差测量的相关性分析, 并以到达时间作为观测量的一般性模型出发, 通过理论推导和仿真分析, 证明了时差定位系统的定位精度分布与参考站选取无关。

参 考 文 献

- [1] 孙仲康,周一宇. 单多基地有源无源定位技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 1996.
SUN Zhongkang, ZHOU Yiyu. Passive location technology based on single/multi station [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1996.
- [2] 赵 锦,芮同林,邵 雷. 一种无源被动雷达时差定位方法及其精度研究[J]. 现代防御技术, 2016, 44(1): 161-167.
ZHAO Jin, RUI Tonglin, SHAO Lei. A time difference location method for passive radar and its accuracy[J]. Modern Defence Technology, 2016, 44(1): 161-167.
- [3] SUN Ming, HO K C. An asymptotically efficient estimator for TDOA and FDOA positioning of multiple disjoint sources in the presence of sensor location uncertainties[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2011, 59(7): 3434-3440.
- [4] HMAM H, DOGANAY K. Passive localization of scanning emitters[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2010, 46(2): 944-951.
- [5] 易云清,徐汉林,沈 阳. 时差定位模型与定位精度分析[J]. 电子信息对抗技术, 2010, 25(3): 16-20.
YI Yunqing, XU Hanlin, SHEN Yang. Analysis of TDoA location model and location precision[J]. Electronic Information Warfare Technology, 2010, 25(3): 16-20.
- [6] LIN Lanxin, SO H C, FRANKIE K W, et al. A new con-

- strained weighted least squares algorithm for TDOA-based localization[J]. Signal Processing, 2013, 93(3): 2872–2878.
- [7] 陈永光,李昌锦,李修和. 三站时差定位的精度分析与推算模型[J]. 电子学报,2004,32(9): 1452–1455.
CHEN Yongguang, LI Changjin, LI Xiuhe. A precision analyzing & reckoning model in Tri-station TDOA location[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(9): 1452–1455.
- [8] LIU Congfeng, YANG Jie, WANG Fengshuai. Joint TDOA and AOA location algorithm[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2013, 24(2): 183–188.
- [9] CHAN Y T, HO K C. A simple and efficient estimator for hyperbolic location[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(8): 1905–1915.
- [10] HO K C, LU Xiaoning, KOVAVISARUCH L. Source localization using TDOA and FDOA measurements in the presence of receiver location errors: analysis and solution [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(2): 684–696.
- [11] TORRIERI D J. Statistical theory of passive location systems[J]. IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems, 1984, 20(2): 183–198.
- [12] 任源博. 四星时差定位精度分析[J]. 电子科技,2015, 28(6): 24–27.
REN Yuanbo. Precision analysis of 4-satellite location based on TDOA[J]. Electronic Science and Technology, 2015, 28(6): 24–27.
- [13] 王永诚,张令坤. 多站时差定位技术研究[J]. 现代雷达,2003,25(2): 1–4.
WANG Yongcheng, ZHANG Lingkun. Position location using TDOA measurements in multisites[J]. Modern Radar, 2003, 25(2): 1–4.
- [14] 袁建平,罗建军. 卫星导航与应用[M]. 北京:中国宇航出版社,2003.
YUAN Jianping, LUO Jianjun. Satellite navigation system: principle and application [M]. Beijing: China Aerospace Publishing House, 2003.
- [15] 袁罡,陈鲸. 三站时差定位模糊问题的解决方法[J]. 中国电子科技研究院学报, 2014, 9(1): 89–93.
YUAN Gang, CHEN Jing. Solution on ambiguity of time difference location system of three stations[J]. Journal of China Academy of Electronics and Information Technology, 2014, 9(1): 89–93.
- [16] TORRIERI D J. Statistical Theory of Passive Location Systems[J]. IEEE Transactions on Aerospace Electronic System, 1984, 20(2): 183–198.

作者简介:

朱旭东 男,1970年生,研究员级高级工程师,研究方向为无源雷达系统、被动探测系统设计。